

B) A VÍZ ALATTI SZÁRNYAK

2. A végtelen hosszú szárnyak elmélete

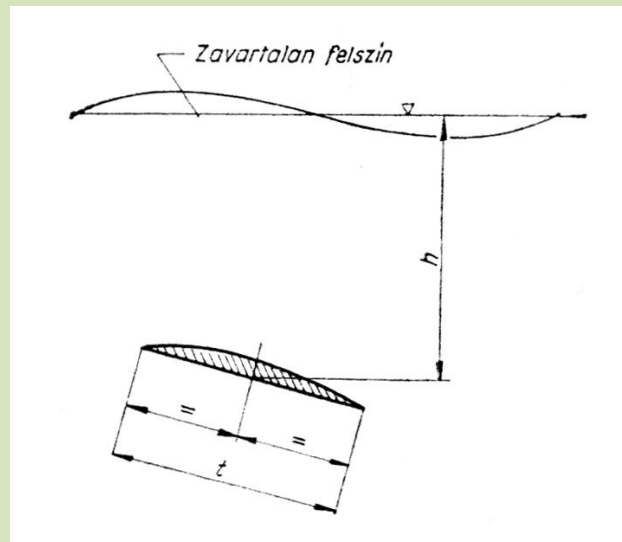
a) A relatív merülés bevezetése

Mielőtt a víz alatti szárnyfelületeken ébredő hidrodinamikai erők keletkezésének és alakulásának vizsgálatához kezdenénk, be kell vezetnünk a relatív merülés fogalmát. A **34. ábra** szerint t a szárny húrhossza, h pedig a szárny merülési mélysége, amelyet általában a zavartalan vízfelszíntől a szárny húrhosszának felezőpontjáig vett távolsággal tekintenek azonosnak. Ezekkel a relatív merülés:

$$\bar{h} = \frac{h}{t}$$

A relatív merülés bevezetésével a víz felszíne alá merült szárnyak körül kialakuló áramlás három jellegzetes esetét különböztetjük meg:

1. A merülési mélység a szárny húrhosszához viszonyítva nagy, legalább $\bar{h} = 3$. Ebben az esetben a víz alá merült szárny úgy tekinthető, mintha végtelen kiterjedésű közegben mozogna, tehát az ismeretes szárnyelméletek minden további nélkül, csupán a víz $\rho_{\text{víz}}$ sűrűségének és egyéb, a levegőtől eltérő jellemzőinek figyelembevételével alkalmazhatók.
2. A merülési mélység a szárny húrhosszához viszonyítva kicsi, de zérusnál nagyobb: $0 < \bar{h} < 3$. Ebben az esetben a test körül kialakuló áramlás képét és a keletkező erők nagyságát a vízfelszín közelsége jelentősen befolyásolja. A végtelen kiterjedésű közegben mozgó szárnyakra vonatkozó elméletek itt módosításra szorulnak.
3. A merülési mélység $\bar{h} = 0$, azaz a szárny a víz felszínén siklik. Ekkor a siklófelületek törvényei érvényesek rá. Mivel ez az eset a szárnyas hajók üzemében csak ritkán és nem üzemszerűen fordul elő, e könyvben nem térünk ki rá.

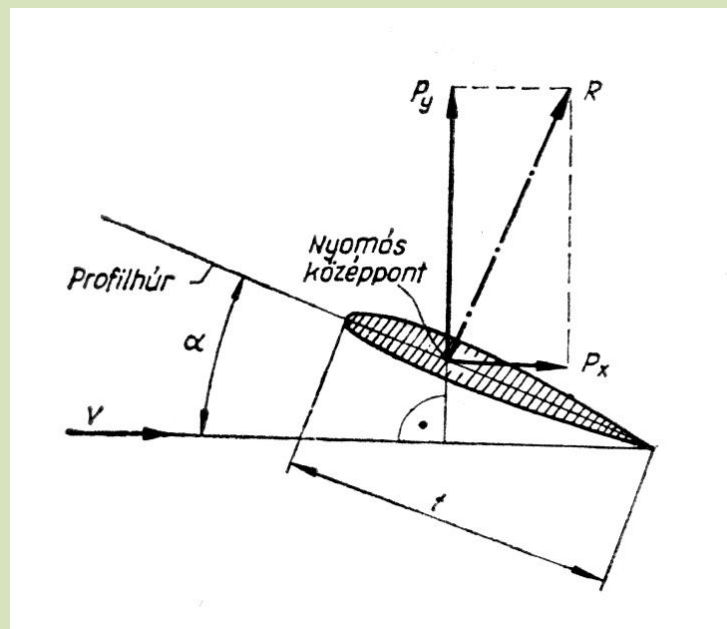


34. ábra.

A relatív merülés bevezetése

b) A hidrodinamikai felhajtóerő

A szimmetriatengelyükkel párhuzamosan megfújott szimmetrikus testeken keletkező erők R eredője a szimmetriatengelybe eső ellenálláserő. Az ellenállás nagysága a test megfelelő kialakításával, áramvonalazásával csökkenthető. Ha a megfúvás iránya a szimmetriatengellyel kis α szöget zár be, akkor az eredő erő iránya nem feltétlenül párhuzamos az áramlásával. Iyenkor az eredő erő felbontható egy, az áramlás irányával párhuzamos P_x ellenálláskomponensre és arra merőleges P_y felhajtóerőkomponensre (35. ábra).



35. ábra.

Jelölések, megnevezések

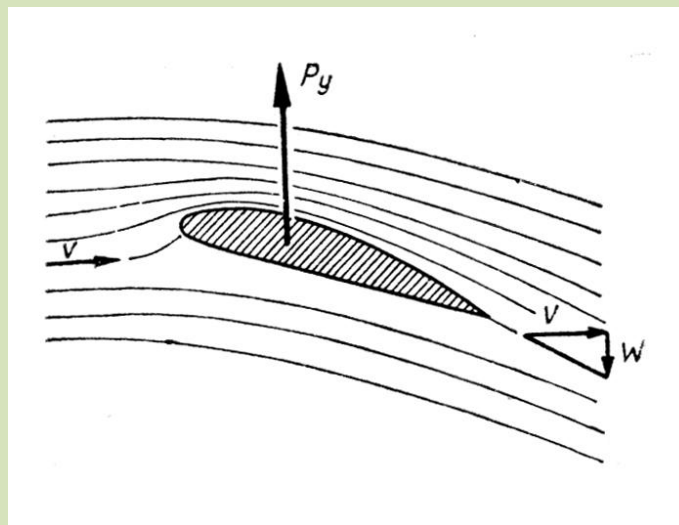
Valamely áramlásba helyezett testen csak akkor keletkezhet felhajtóerő, ha a test hatására az áramlásban függőleges irányban impulzusváltozás lép fel. Hogy egy szárny az impulzusváltozást létrehozza, folyadékot kell maga mögött lefelé irányítani. Saját esését az így keletkező felfelé irányuló erővel akadályozza meg. A szárny által az áramlási sebességre merőleges F keresztmetszetben másodpercenként megmozgatott víztömeg:

$$m = \rho \cdot F \cdot v$$

és a sebességváltozás függőleges irányban w (36. ábra). Mivel $F \cdot v = V_s$ a másodpercenként megmozgatott víztömeg térfogata és w a lefelé irányított víztömeg függőleges irányú sebességnövekedése, a keletkező felhajtóerő:

$$P_y = \rho \cdot V_s \cdot w \quad [kp]$$

Míg a szárnyszelvények áramvonalazása és viszonylagos vékonysága az ellenállás csökkentését szolgálja, addig az aszimmetrikus formaadás a felhajtóerőt idézi elő. Ennek a repülést és a szárnyas hajózást lehetővé tevő erők a létrejöttét a határréteg-elmélet alapján magyarázhatjuk meg.



36. ábra.
A felhajtóerő keletkezéséhez

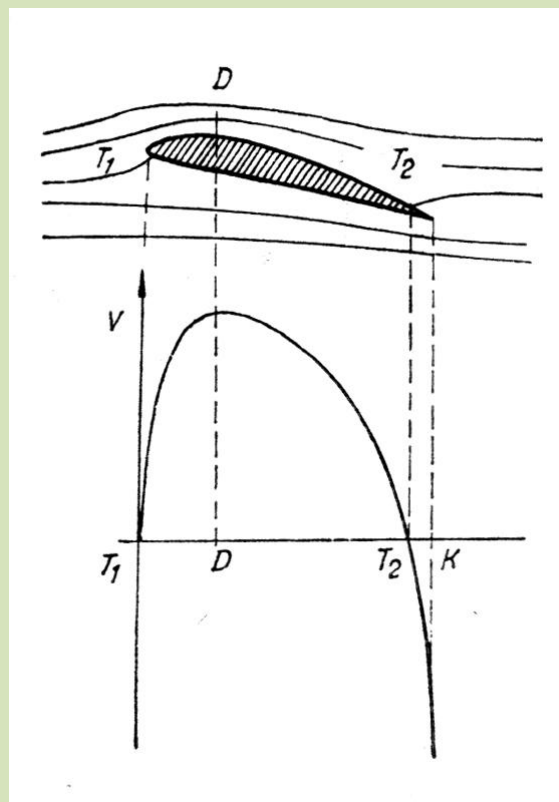
c) A végtelen kiterjedésű közegben mozgó szárny ($\bar{h} > 3$)

A víz és a levegő által körüláramlott testek fala mentén kialakuló határrétegben érvényesülő folyadéksúrlódásnak az ellenállás keletkezésében játszott szerepe mellett igen fontos szerep jut a felhajtóerő keletkezésében is. Ez a szerep azonban nem olyan nyilvánvaló és közvetlen, mint a járművek kereke és a talaj között létrejövő száraz-súrlódás, amely nélkül ezek nem jöhetnének mozgásba. Az a figyelemreméltó és paradox benne, hogy éppen a súrlódás kicsinységével kapcsolatos.

A hidrodinamikai erők létrejötte minden esetben a folyadék súrlódásával függ össze, de valamely nagy súrlódású, nagy viszkozitású közeg éppen úgy nem jöhet szóba a repülés vagy a szárnyas hajózás céljára, mint valamely idealizált, súrlódásmentes közeg. Ha a súrlódás, ill. viszkozitás nagy lenne, a súrlódási ellenállás a többi erőkhöz viszonyítva uralkodóvá válna. Az ilyen folyadékban a viszkozitás szerepe mellett a testek kedvező formai kialakítása teljesen háttérbe szorulna, ami pedig végső soron a jellegzetes hidrodinamikai erők, pl. a felhajtóerő létrejöttének is alapfeltétele.

Ez a kedvező kialakítás iránti érzékenység olyan tulajdonság, amely nemcsak egyszerűen a folyadéksúrlódással, hanem éppen a súrlódás kicsiny voltával kapcsolódik.

A felhajtóerő keletkezésének magyarázatakor induljunk ki végtelen kiterjedésű közegből és tekintsük egyelőre a szárnyat végtelen hosszúságúnak. Az utóbbi feltétellel a szárny körül különben térbelileg kialakuló áramlást első közelítésként leegyszerűsítve: síkbelivé vezetjük vissza. A szárny minden egyes metszete körül tehát pontosan azonosan alakuló áramképet tételezzük fel.

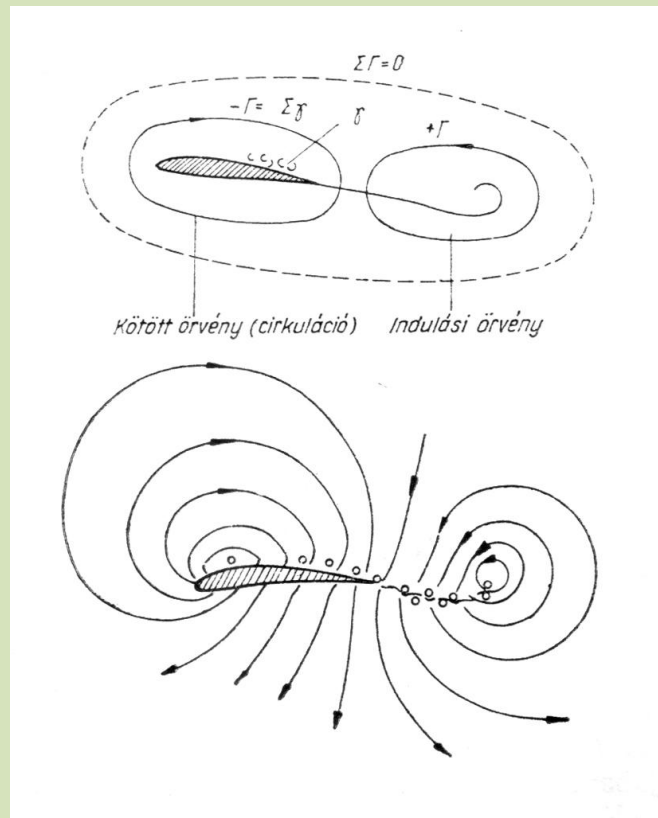


37. ábra.

Ha egy aszimmetrikus – vagy szimmetrikus metszetű, de az áramlás irányával kis szöget bezáró szárnyat- az áramló vízbe merítünk, akkor az első pillanatban a **37. ábrán** látható áramkép alakul ki körülötte. A T_1 torlópontra a test orrponyjában, a T_2 pedig a kilépőél előtt, a szárny felső felületén helyezkedik el. A test körül áramló közeg sebessége a test felső felülete felett a D pontban maximumot mutat, de még ennél is nagyobb sebesség alakul ki a kilépőél megkerülésekor. Elenyészően kicsiny kilépőél-szög mellett a sebesség itt elméletben a

végtelen nagyságot is megközelítheti. Az ábrán látható, hogy a kilépőélt megkerülő folyadékrészek sebessége a KT_2 távolságon igen erősen lecsökkent, és ez a nyomás erős emelkedéshez vezet. Mindez kedvező feltételeket teremt az áramlás leválására és az örvényképződésre.

Mivel a folyadék energiája már nem elég ahhoz, hogy az éles kilépőélt megkerülje, a kilépőélt alulról felfelé megkerülő *indulási örvény* keletkezik, amely $+\Gamma$ erősségűre növekedve leválik, és a szárny után húzódó sodorban elmarad.



38. ábra.

Bennünket a továbbiakban a szárny körüli áramlás átalakulása érdekel. Mivel a súrlódás a kilépőélnél megakadályozza nagy sebességek keletkezését, a T_2 torlópont eltolódik a szárny felső részéről, - ahol súrlódásmentes közegben lenne – és a szárny körüli relatív áramlás annyira a felülethez idomul, hogy a folyadék véges nagyságú sebességgel és torlópont képződés nélkül érintőlegesen folyik le a kilépőélnél (36. ábra). Itt tehát $v_f = v_a$. Az áramlás ilyen átalakulása azonban egyenértékű az indulási örvénnyel ellentétes értelemben a szárny körül köröző cirkulációs áramlás keletkezésével, amelynek $-\Gamma$ erőssége éppen elegendő ahhoz, hogy a T_2 torlópont a kilépőéltbe tolódjon el. Ezt a cirkulációs örvényt, mint az indulási örvény reakcióját foghatjuk fel. Ha most olyan zárt görbét rajzolunk a szárny köré, amely mindkét örvényt magában foglalja (38. ábra), akkor az e görbe mentés számított cirkuláció

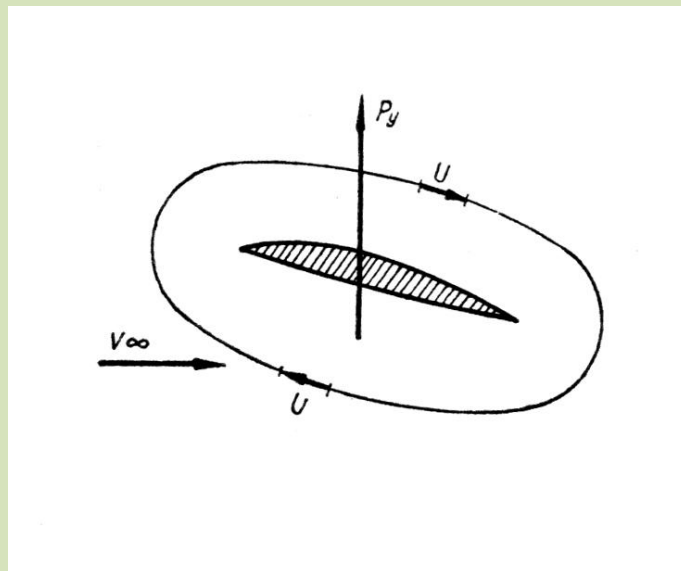
$$\Gamma = \oint v ds = +\Gamma - \Gamma = 0$$

Bár a szárny körüli áramlás képe és a cirkuláció időről időre változhat, átlagos képe mégis azonos jelleget mutat. A szárny körüli cirkuláció egy középérték körül minimális és maximális értéke között periódikusan változik, de az erőhatások szempontjából természetesen csak a középértéke jön számításba.

A cirkuláció az indulási örvénnyel ellentétben a szárnnyal együtt halad tova – ezért kötött örvények is nevezik – és mindaddig fennáll, amíg az áramlás követi a szárny felületét.

Az áramkép ilyen alakulását kísérlet során láthatóvá is tehetjük, ha a folyadékba könnyű szilárd részecskéket szórunk, amelyek aztán az áramlás hatására a felszínen elrendeződnek. Készítsünk most fényképezőgéppel időfelvételt az áramképről, és az egész stacionárius áramlás szemléltető képét kapjuk a **36. ábrához** hasonlóan, amelyről a sebesség- és nyomáseloszlásokra is következtethetünk az áramvonalak elrendeződése és sűrűége alapján. Ha azonban helyzetünket a szárnyhoz viszonyítva rögzítjük, akkor a test körül kialakuló abszolút sebességmezőt, illetőleg abszolút áramvonalakat szemlélhetjük. Azokat a vonalakat, amelyek érintője a folyadék részecskéik pillanatnyi mozgásirányával egybeesik, erővonalaknak nevezzük, megkülönböztetésül az áramlási vonalaktól, amelyek a folyadék részecsek pályáját jelzik a nyugvó szárnyhoz viszonyítva.

Az *abszolút áramlást* úgy kapjuk meg, ha a relatív áramlásból a szárny haladásának megfelelő paralleláramlást helyről helyre levonjuk. A **38b ábrán** világosan látszik a cirkulációs áramlás és a szárny mögötti örvénysor keletkezése – amely lényegében a profilellenállás okozója -, valamint az indulási örvény.



39. ábra.

A szárny körüli áramkép tehát a szárny haladási irányával párhuzamos v_∞ sebességű párhuzamos áramlásból és a $\Gamma = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot u$ erősségű cirkulációs áramlásból tevődik össze (**39. ábra**). Az utóbbi a szárnyprofil alakjának és az áramlás irányával bezárt szögnek, az

állásszögnek a hatását is magában foglalja. Így a szárny felett a húrhossz mentén változó nagyságú

$$v_f = v_\infty + u ,$$

alatta pedig a

$$v_a = v_\infty - u$$

sebesség áll fenn.

A sebességekből pontról pontra meghatározható a nyomás Bernoulli tétele segítségével. Írjuk fel ezt az áramlásnak egy szárny alatti és egy szárny feletti pontjára:

$$p_a + \frac{\rho}{2} v_a^2 = p_f + \frac{\rho}{2} v_f^2$$

A sebességkülönbségnek megfelelően a szárny alatt és felett különböző nyomásoknak kell uralkodnia. A nyomások különbségét a fenti egyenlőségéből v_a és v_f behelyettesítése után kifejezhetjük:

$$\Delta p = p_a - p_f = 2 \cdot \rho \cdot u \cdot v_\infty$$

A szárny alatti és feletti áramlás sebessége közötti különbség azonban $\Delta v = 2u$, és ezzel

$$\Delta p = \rho \cdot v_\infty \cdot \Delta v$$

A Δp nyomáskülönbség a t húrhosszú szárny dx szélességű elemén felfelé ható erőt hoz létre. Ez a felhajtóerő:

$$dP_y = \Delta p \cdot t \cdot dx = \rho \cdot v_\infty \cdot dx \cdot t \cdot \Delta v$$

A Δv értéke a húrhossz mentén változó, így

$$dP_y = \rho \cdot v_\infty \cdot dx \int_0^t \Delta v \cdot dy$$

Az $\int_0^t \Delta v \cdot dy$ integrál értéke azonban

$$\int_0^t \Delta v \cdot dy = \Delta v \cdot t = 2 \cdot u \cdot t = \Gamma$$

és ez éppen a cirkulációval egyenlő. A dx szélességű szárnyelemre ható felhajtóerő ezek szerint

$$dP_y = \rho \cdot v_\infty \cdot \Gamma dx \tag{3}$$

Ez a *Kutta-Zsukovszkij*-féle felhajtóerő egyenlet.

A Γ cirkuláció-erősség azt a hatást is kifejezi, amelyet a szárny geometriai kialakítása és az áramlás irányával bezárt állásszöge gyakorol a felhajtóerőre. Az áramlástan kísérletek során azonban nagyságát nem lehet közvetlenül lemérni, ezért a felhajtóerőt – hasonlóan minden folyadékmozgás következtében létrejött erőhöz – gyakorlati célokra inkább a következő formában fejezik ki:

$$P_y = c_y \cdot \rho \cdot F \quad (4)$$

A képletben $q = \frac{\rho}{2} \cdot v^2$ a torlónyomás, F a szárny alaprajzi területe – jelen esetben a végtelen hosszúságú és t húrössze b szélességű darabjának $b \cdot t$ felülete. A dimenzió nélküli c_y felhajtóerőtényező jellemző a szárny alakjára és az állásszög nagyságától függ. Kis állásszögek esetén α -val lineárisan változik (**40. ábra**).

$$c_y = a(\alpha + \alpha_0) \quad (5)$$

ahol $a = \frac{dc_y}{d\alpha}$ és α_0 a „null-felhajtóerőhöz” tartozó állásszög, vagyis az az állásszög, amelynél $c_y = 0$. A felhajtóerőtényező – a szelvény körvonalától függően – $\alpha = 10 - 14^\circ$ -nál éri el maximumát, majd még nagyobb állásszögeknél újra erősen csökken, mert az áramlás nem képes tovább követni a szárny felületét. A nyomásnövekedéssel szemben haladva mozgási energiáját elveszti és leválás következik be. A szárny mögött ekkor örvénylő rész húzódik, amely az ellenállást erősen növeli.

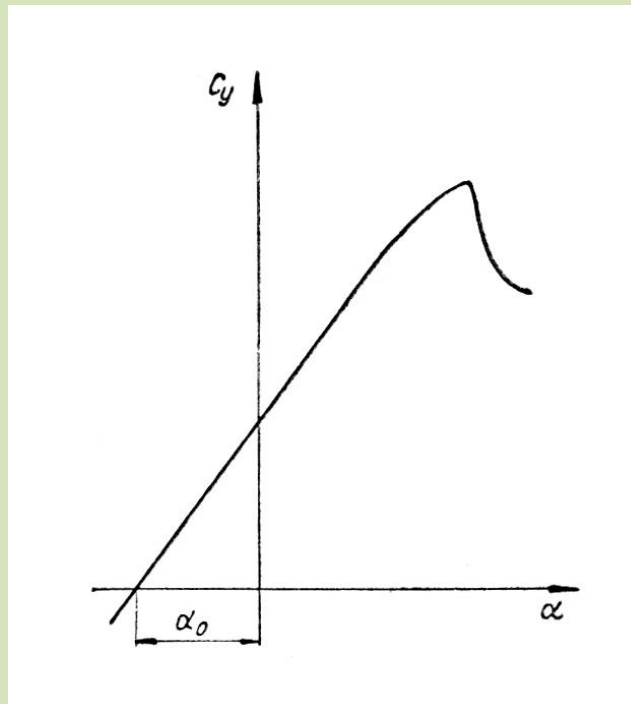
d) A vízfelszín közelében mozgó szárny ($0 < \bar{h} < 3$)

Eddig végtelen kiterjedésű közegben mozgó szárnyfelület körül kialakuló áramlást és az ilyen áramlásban keletkező hidrodinamikai erőket vizsgáltuk. Az adott körülmények között a víz alatti szárnyfelületek teljesen hasonlóan viselkednek a repülőgép szárnyához és az ismertett jelenségek az aerodinamikában tapasztaltakkal azonosak.

A vízfelszínhez közelítve a felszín a szárny körül kialakuló áramképre és a keletkező erők nagyságára nézve el nem hanyagolható hatást gyakorol, azonban a repülés aerodinamikájával itt is tehetünk összehasonlításokat. A vízfelszín közelében mozgó víz alatti szárnyfelület úgy tekinthető, mint egy kétfedelű repülőgép alsó szárnya és a vízfelszín olyan hatást gyakorol rá, mint a kétfedelű repülőgép alsó szárnyára a felső szárny közelsége.

A szárny körül kialakuló áramlást végtelen kiterjedésű közegben úgy tekintettük, mint egy, a irányával párhuzamos v_∞ sebességű párhuzamos és egy, a szárnyhoz kötött Γ erősségű cirkulációs áramlás eredőjét. Induljunk ki most egy, a vízfelszín alatt és vele párhuzamosan h mélységben mozgó – egyelőre végtelen hosszúságú – szárnyból. A felszín hatásának figyelembevételére a h merülés 0-nál nagyobb, de $3t$ -nél kisebb legyen.

Első feladatként vizsgáljuk meg, hogy magát a vízfelszín milyen feltételek kielégítésével vehetjük figyelembe.



40. ábra.

A Bernoulli-egyenlet idealizált, állandósult áramlásra a következő alakjában érvényes:

$$p + \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \gamma z = \text{áll.}$$

A p nyomás a vízfelszínen az állandó értékű légnyomás. A következőkben vezessük be a vízfelszínre vonatkozó jelöléseknél „0” index használatát. Így $p = p_0 = p_{lev} = \text{állandó}$. Ha a Bernoulli egyenlet bal oldalát C -vel jelöljük, akkor írhatjuk, hogy

$$\frac{C - p_0}{\gamma} = \text{áll.}$$

és ezzel a vízfelszín határfeltétele a nehézségi gyorsulás figyelembevételével :

$$\frac{v_0^2}{2g} + z_0 = \text{áll.}$$

Ha a víz felszíne valamilyen zavaró hatásra megemelkedik vagy lesüllyed, a felszín folyadékrészecskéi a szintváltozás révén nyert nyert sebességgel igyekeznek a vízszintes felszín helyreállítani. Ha a továbbiakban csak kicsiny Δz_0 felszíni ingadozásokat engedünk meg, amelyeket szintén kis Δv_0 felszíni sebesség változások követnek, akkor a határfeltétel a nehézségi gyorsulás figyelembevételével

$$v_0 = -\frac{g \Delta z_0}{v_0},$$

illetve

$$v_{02} - v_{01} = g \frac{z_{01} - z_{02}}{v_{01}}$$

A szárnyas hajók a vízszint ingadozásából származó felszíni sebességhez viszonyítva igen nagy sebességgel haladnak, ezért az előzőeknél még tovább mehetünk. Ha a sebesség igen nagy, akkor a felület nem túlságosan nagy Δz_0 ingadozását a v_∞ sebességhez viszonyítva elenyészően csekély Δv_0 felszíni sebességváltozások kísérik, így a felszínen beálló eredő sebességek változásától is eltekinthetünk, azaz írhatjuk, hogy

$$v_0 = \text{áll.}$$

Ezzel a feltételezéssel tehát kiküszöböltük a nehézségi gyorsulást, és ha a fenti határfeltételt előírtuk, akkor g -nek az áramlásra gyakorolt hatását figyelmen kívül hagyjuk. A szárnyas hajók esetében azonban még ennél is tovább mehetünk. Kis zavarások esetén nem követünk el nagy hibát, ha a megzavart vízfelszínnek a vízszintestől való eltérését figyelmen kívül hagyjuk. Azt kell csak előírni, hogy a haladási irányú v_x sebességösszetevők a nagyobb távolságban uralkodó zavartalan v_∞ sebességgel egyenlők, továbbá a felszínt megzavaró megengedett kicsinységű $\Delta v = v - v_\infty$ sebességek a zavartalan vízfelszínre merőlegesek legyenek. A vízfelszín határfeltétele kis zavarások esetén a nehézségi gyorsulás elhanyagolásával tehát

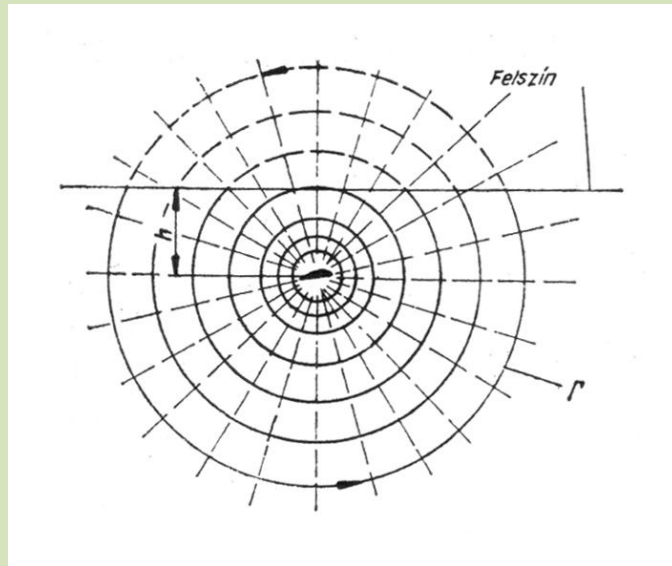
$$v_x = v_\infty$$

és

$$\Delta v \perp v_\infty$$

A határfeltételek ismeretében megvizsgálhatjuk a vízfelszínnek a közelében mozgó szárnyra gyakorolt hatását.

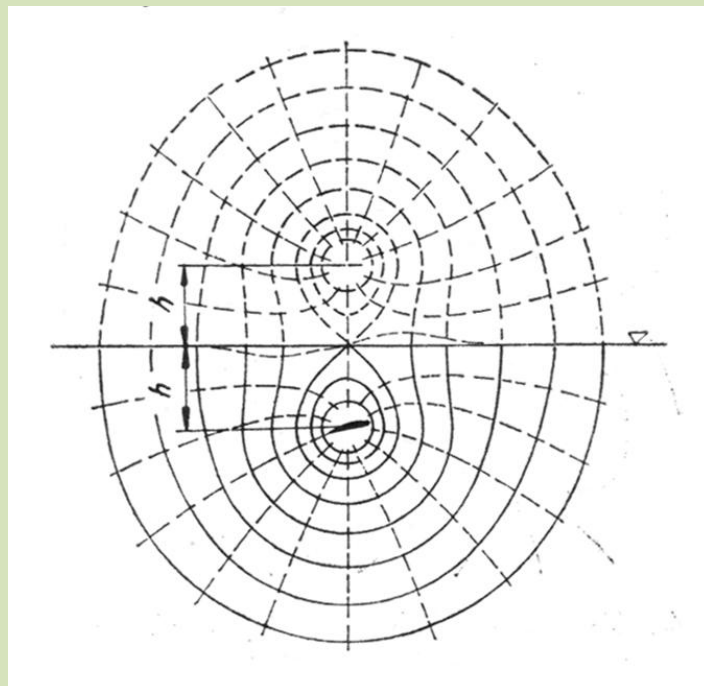
A vízfelszín alatt h mélységben levő szárny körüli áramlást tekintsük egyenlőre Γ erősségű örvénynek, amelynek forgástengelye a szárny nyomásközéppontján megy át, és mellőzzük a haladásból származó párhuzamos áramlást. A **41. ábra** szerint a vízfelszín fent megállapított határfeltételét nem elégítettük ki, mert az erővonalak nem merőlegesek a felszínre. Tételezzük fel *Weinig* elmélete szerint, hogy a h merülési mélység nem túlságosan kicsi és az örvény Γ cirkulációja nem túlságosan nagy, akkor a felszínen általa előidézett zavarásokat kicsinyeknek tekinthetjük, és már csak arra kell törekednünk, hogy a zavartalan vízfelszínre merőlegesek legyenek. Ezt is elérhetjük, ha a vízfelszín fölé h magasságban egy szintén Γ cirkulációjú és a vízfelszín alattival azonos értelemben forgó örvényt képzelünk el, mint egy kétfedelű repülőgép felső szárnyának kötött örvényét.



41. ábra.

A szárny körüli abszolút áramlás első közelítésben egyetlen örvénnyel ábrázolható

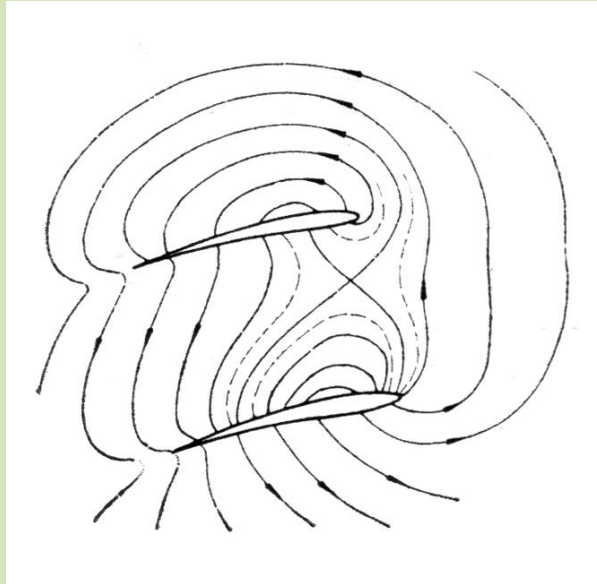
A két örvény sebességeit pontról-pontra összegezve a **42. ábra** áramképét kapjuk, amelyen látható, hogy a két örvényáltal előidézett zavarósebességek a vízfelszínre merőlegesek, egy pont kivételével, ahol a sebesség eltűnik. Ha a zavarósebességek irányát vizsgáljuk, következtethetünk a megzavart felszín alakjára is. Mivel a szárny előtt a sebességek felfelé, mögötte pedig lefelé irányulnak, a megzavart vízfelszín a szárny előtt feltorlódik, mögötte pedig lesüllyed, ahogyan ezt a **42. ábrán** szaggatott vonallal be is rajzoltuk. A tapasztalat igazolta ezt az elméleti feltételezést, és a vízfelszín közelében mozgó szárnyakról készített áramlási felvételeken a felszín ilyen alakulását láthatjuk.



42. ábra.

A vízfelszín hatása a felszín közelében mozgó szárny abszolút áramlására

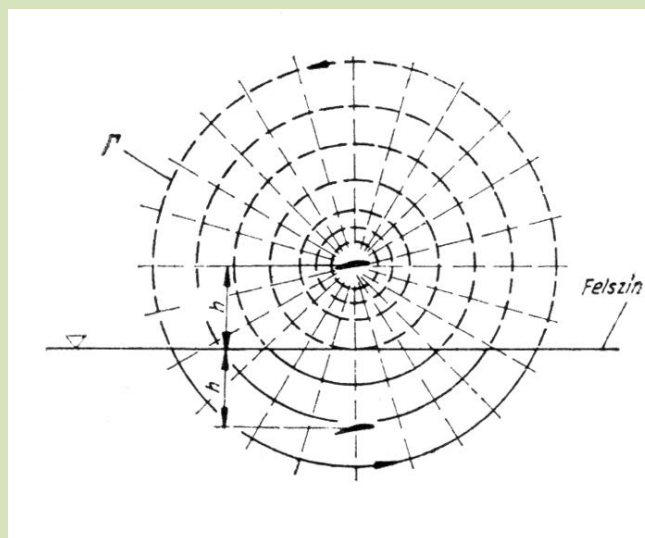
Ezen a helyen ismételtén rámutatunk e szárnyak viszonyai és a repülőgép aerodinamikája közötti hasonlóságra. A **43. ábrán** kétfedelű repülőgép szárnyai körül kialakuló abszolút áramlás erővonalait láthatjuk *Ahlborn* nyomán. A hasonlóság minden külön magyarázat nélkül látható és a vízfelszín alakulását az előzőkhöz hasonlóan itt is berajzolhatnánk az erővonalakra merőlegesen.



43. ábra.

Kétfedelű repülőgép szárnyai körül kialakult abszolút áramlás

A vízfelszín határfeltételének kielégítése a felszín feletti cirkuláció segítségével sikerült. Ez az örvény azonban a felszín alatti szárny körüli áramlást módosítja (mint ahogy az alsó is ugyanilyen hatást gyakorol a felsőre, azonban ezzel nincs dolgunk a továbbiakban), hiszen annak a 41. ábrán látható áramláshoz a **44. ábrán** látható járulékos áramlást adtuk hozzá, vagyis azt az áramlást, amelyet a felső örvény kelt körülötte.



44. ábra.

A vízfelszín közelsége által ébresztett járulékos áramlás

Ez a járulékos áramlás a víz alatti szárny körül

$$u_i = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{2h} \quad (6)$$

járlékos sebességet ébreszt, amely a haladás v_∞ sebességével szemben hat és azt csökkenti. A szárny egyenletes sebességű haladásából származó párhuzamos áramlás figyelembevételével tehát a szárny által megzavart áramlás minden pontján

$$v = v_\infty - v_i$$

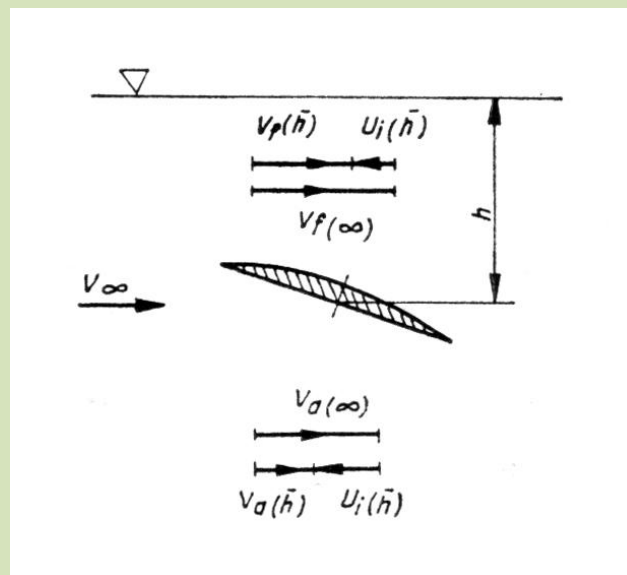
sebesség áll fenn a szárny körül. A (6) egyenletből következik, hogy $u_i = f(\bar{h})$, azaz a merülési mélységtől is függ, a cirkuláció pedig a húrhossztól, ezért a következőkben a felszín alatt valamely \bar{h} relatív mélységben uralkodó sebességet (\bar{h}) indexszel jelöljük. Ezzel a szárny felett

$$v_f(\bar{h}) = v_f - u_i(\bar{h})$$

alatta pedig

$$v_a(\bar{h}) = v_a - u_i(\bar{h})$$

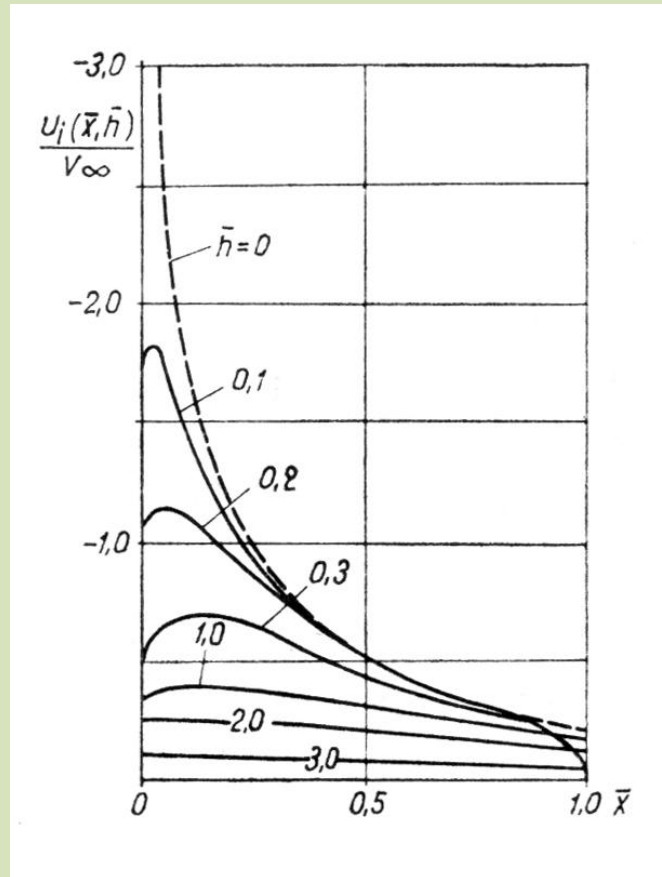
sebességgel számolhatunk. Mindkettő kisebb, mint a végtelen közegben tapasztalt v_f és v_a sebességek (45. ábra).



45. ábra.

A járulékos sebesség a szárny húrhossza mentén nem állandó minden relatív merülés mellett, hanem eloszlása \bar{h} -tól is függ, azaz $u_i = f(\bar{x}, \bar{h})$. A 46. ábrán Schuster és Schwanecke kísérletei alapján sík lap körüli áramlásban észlelt járulékos sebességeloszlásokat látunk

különböző \bar{h} relatív mélységek esetében. \bar{h} kis értéke esetén húr hosszmenti változásuk hasonló a profil körüli sebességeloszláshoz és a belépőél környékén maximum alakul ki. Ez a csúcs annál határozottabb, mennél kisebb \bar{h} , Nagy \bar{h} értékeknél a csúcs fokozatosan eltűnik és a járulékos sebességeloszlás a húr hossz mentén közel állandóvá válik.



46. ábra.

A járulékos sebesség eloszlása síklap mentén különféle relatív merüléseknél

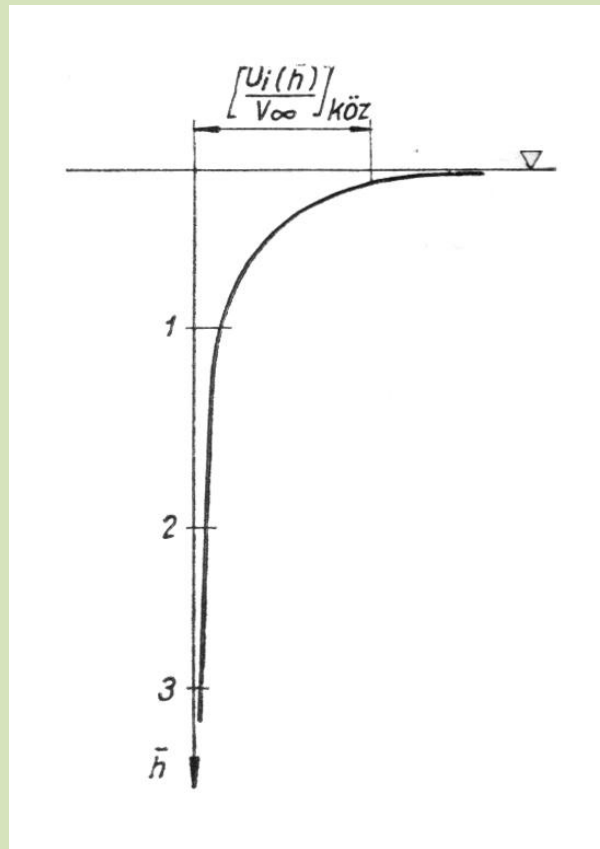
A 47. ábrán a görbék középértékeit ábrázoltuk \bar{h} függvényében.

$$\left[\frac{u_i(\bar{h})}{v_\infty} \right]_{\text{köz}} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{u_i(\bar{x}, \bar{h})}{v_\infty} dx$$

A vízfelszín közelségének hatására tehát a szárny körüli áramlás sebessége $u_i(\bar{h})$ -val csökken a végtelen kiterjedésű közegben hasonló kialakítású szárny körül mérhetőhöz viszonyítva. A felszín hatására eltorzuló áramkép olyan, mint amely a valóságosnál kevésbé ívelt szelvény körül alakul ki. Az íveltség ilyen csökkenése a szelvény 0 felhajtóerőhöz tartozó állásszögét is eltolja pozitív irányba.

A 47. ábra igazolja a fejezet elején előrebocsátott kategorizálásunkat, amely szerint a víz alatti szárnyak áramlási tulajdonságait három csoportba soroltuk. A sebességcsökkenés annál erősebb, mennél jobban megközelíti a szárny a felszínt, majd valamely exponenciális

függvény szerint változva nagy \bar{h} értékeknél 0-hoz közelít. A felszínhatást csak $\bar{h} = 3$ felett elehet elhanyagolni.



47. ábra.

A járulékos sebesség középértékének változása a relatív merüléssel

Végtelen kiterjedésű közegben a végtelen hosszúságú szárny b szélességű darabjára ható felhajtóerőt

$$P_y = \rho \cdot \Gamma \cdot v \cdot b$$

alakban fejeztük ki. Véges kiterjedésű közegben ezt a kifejezést módosítanunk kell, és ha a relatív merülési mélységtől függő változókat (\bar{h}) indexszel jelöljük, akkor

$$P_{y(\bar{h})} = \rho \cdot \Gamma_{(\bar{h})} \cdot v_{(\bar{h})} \cdot b \quad (7)$$

A felszín közelségének hatására az áramlás sebessége a szárny környezetében

$$v_{(\bar{h})} = v \left(1 - \frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}} \right) \quad (8)$$

értékűre csökken. A $\Gamma = \oint v \, ds$ cirkuláció adott szárnyszelvény és állásszög esetében már szintén csak a $v_{(\bar{h})}$ sebesség nagyságától függ. Így a t húrhosszhoz viszonyított nagy h merülési mélységben (ahol a felszín hatását kifejező fiktív cirkuláció már egyenletesen

érvényesül a víz alatti szárny felületén és ezért mindkettőt nyomásközéppontjukba helyezett forgástengelyű, Γ erősségű örvénnyel helyettesíthetjük kielégítő pontossággal) a cirkuláció csökkent erőssége

$$\Gamma_{(\bar{h})} = \Gamma \left(1 - \frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}}\right) \quad (9)$$

A \bar{h} relatív merülésű szárny felhajtóerejét most már a felszínhatás figyelembevételével fejezhetjük ki, és (8) valamint (9) behelyettesítése után

$$P_{y(\bar{h})} = \rho \cdot \Gamma \cdot \left(1 - \frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}}\right) \cdot v \cdot \left(1 - \frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}}\right) \cdot b$$

azaz, az egyenlet átrendezésével

$$P_{y(\bar{h})} = \rho \cdot \Gamma \cdot v_{\infty} \cdot b \cdot \left(1 - \frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}}\right)^2$$

(6)-ból következik, hogy

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}} = \frac{\Gamma_{(\bar{h})}}{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}}$$

illetve (9)-cel

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}} = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}} \left(1 - \frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}}\right)$$

Végezzük el a szorzást és rendezzük az egyenletet:

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}} = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}} - \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}} \left(\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}}\right)$$

azaz végül

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}} = \frac{\frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}}}{1 + \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}}} = \frac{1}{1 + \frac{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}}{\Gamma}}$$

De $P_y = \rho \cdot v \cdot b \cdot \Gamma$, ezért, ha a nevezőben levő $\frac{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}}{\Gamma}$ kifejezés számlálóját és nevezőjét megszorozzuk $\rho \cdot v_{\infty} \cdot b \cdot t$ -vel, amivel a tört értéke nem változik, akkor írhatjuk, hogy

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}} = \frac{1}{1 + \frac{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_{\infty}^2 \cdot \rho \cdot b \cdot t}{P_y \cdot t}}$$

illetve a továbbiak érdekében célszerűségeből

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_{\infty}} = \frac{1}{1 + \frac{8 \cdot \pi \cdot h}{t} \cdot \frac{\frac{\rho}{2} \cdot v_{\infty}^2 \cdot b \cdot t}{P_y}}$$

Ezzel a \bar{h} relatív merülésű és b szélességű víz alatti szárnydarab felhajtóereje a felszínhatás figyelembevételével:

$$P_{y(\bar{h})} = \rho \cdot \Gamma \cdot v_{\infty} \cdot b \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{8 \cdot \pi \cdot h}{t} \cdot \frac{\frac{\rho}{2} \cdot v_{\infty}^2 \cdot b \cdot t}{P_y}} \right)^2$$

Ezt a kifejezést még tovább egyszerűsíthetjük, ha figyelembe vesszük, hogy $\frac{h}{t} = \bar{h}$ a relatív merülés, $\frac{\rho}{2} \cdot v_{\infty}^2 = q$ a torlónyomás és $b \cdot t = F$ a szárnydarab felülete. Továbbá a $\rho \cdot \Gamma \cdot v_{\infty} \cdot b = P_y$ helyettesítéssel:

$$P_{y(\bar{h})} = P_y \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{8 \cdot \pi \cdot \bar{h} \cdot q \cdot F}{P_y}} \right)^2$$

Azonban

$$\frac{P_y}{\frac{\rho}{2} \cdot v_{\infty}^2 \cdot b \cdot t} = c_y$$

és

$$\frac{P_{y(\bar{h})}}{\frac{\rho}{2} \cdot v_{\infty}^2 \cdot b \cdot t} = c_{y(\bar{h})}$$

és így a vízfelszín közelében mozgó szárny $c_{y(\bar{h})}$ felhajtóerő tényezőjének aránya a végtelen kiterjedésű közegben mozgó hasonló szelvényű szárny c_y felhajtóerő tényezőjéhez

$$\frac{c_{y(\bar{h})}}{c_y} = \left(1 - \frac{c_y}{c_y + 8 \cdot \pi \cdot \bar{h}} \right)^2, \text{ ha } h \gg t \quad (10)$$

Ez az eredmény azonban csak akkor érvényes ha a h merüléshez viszonyítva a t húr hossz kicsi, azaz csak nagy \bar{h} relatív merülés értékeknél.

Amikor a szárnyfelület egyre jobban megközelíti a felszín, végtelen kis merülések határátmenetével siklófelületté válik. Ennek következtében a felszín szárny által való megzavarását már nem tekinthetjük végtelen kicsinek. Határfeltételként ezután a

$$v_0 = \text{áll.}$$

előírást kell kielégíteni. Mindaddig, amíg az állásszög oly kicsiny, hogy a vízfelszín a belépőélnél a szárny felső ívéhez érintőlegesen fut, gyakorlatilag ugyanazokat az áramlási viszonyokat tételezhetjük fel, amelynek a végtelen kiterjedésű közegben a szárnyszelvény alatt alakulnak ki. Ott a szárny orrán kialakult torlópontban megszűnő és a kilépőélnél újrakezdődő, az áramlást látszólag szárny alatti és szárny feletti részre osztó *semleges áramvonalat* itt képzeletben a vízfelszínnel helyettesíthetjük. Mivel első közelítésben feltételezhetjük, hogy a szárny feletti nyomáscsökkenés és az alatta beálló nyomásnövekedés közelítőleg azonos, írhatjuk, hogy

$$\frac{c_{y(\bar{h})}}{c_y} = \frac{1}{2}, \text{ ha } h \rightarrow 0$$

Ha ezt figyelembe vesszük, akkor az előzőek alapján a felhajtóerőtényezők aránya:

$$\frac{c_{y(\bar{h})}}{c_y} = \left(1 - \frac{c_y}{(2+\sqrt{2}) \cdot c_y + 8 \cdot \pi \cdot \bar{h}}\right)^2 \quad (11)$$

Nagyobb állásszögeknél az áramlás a kilépőél előtt éppen úgy kettévál a szelvény alsó részén levő torlópontban, mint végtelen kiterjedésű közegben. Siklófelületeknél az áramlás felső része előre irányul, mivel a belépőél körüláramlására nincsen lehetősége. A siklófelület által a haladás irányába visszafröccsentett víz impulzusereje a felület ellenállását fokozza.